

ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ДРУКОВАНИХ ПЛАТ

Анатолій Косолап

OPTIMAL DESIGN OF INTEGRATED CIRCUITS

Anatolii Kosolap

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, просп. Науки, 72, Дніпро, 49000, Україна

Abstract. *This paper is devoted to the open problem of optimal design of printed boards. We propose a new optimization model for this problem and use an efficient method of exact quadratic regularization to solve it. Computational experiments confirm the effectiveness of this technology in solving this problem.*

Друковані плати є центральною ланкою в комп'ютерній техніці і в значній мірі визначають прогрес в цій галузі. При проектуванні друкованих плат виникає задача оптимального розміщення на ній компонентів, які пов'язані між собою провідниками. Швидкодія таких плат залежить від сумарної довжини провідників, а ця довжина залежить від оптимального розміщення компонентів. Якщо врахувати, що число компонентів може бути досить значним (тисячі компонентів), то для отримання оптимального розміщення компонентів на платі маємо складну мультимодальну задачу оптимізації великої розмірності. Оптимізаційні моделі таких задач почали розглядати ще в сімдесятих роках минулого століття. Але відсутність ефективних методів для розв'язування мультимодальних задач не дозволяли знайти оптимальні розв'язки задач. В кінці минулого століття для розв'язування мультимодальних задач почали використовувати еволюційні алгоритми в основі яких лежить випадковий пошук. Ці алгоритми в значній мірі використовуються і в наш час для розв'язування мультимодальних задач [1]. Але значні обчислювальні експерименти показали, що такі алгоритми тільки інколи дозволяють отримати оптимальні розв'язки. Часто такі розв'язки далекі від оптимальних. Практичні мультимодальні задачі вимагали розробки нових більш ефективних алгоритмів. Це потребувало нових ідей в глобальній оптимізації. Такі ідеї з'явилися декілька років тому у вигляді метода точної квадратичної регуляризації [2].

При побудові оптимізаційної моделі розміщення компонентів на платі основними обмеженнями будуть умови їх попарного неперетинання. Такі умови легко виписати, якщо мікроелементи співпадають з кругами. В реальності мікроелементи можуть бути прямокутниками, тоді в нашій моделі такі прямокутники апроксимуються кругами. Таким чином умову попарного неперетинання компонентів на платі можна задати квадратичними нерівностями, які задають неопуклу допустиму множину задачі і породжують мультимодальність. Інші обмеження розміщення компонентів на платі будуть лінійними. Для того, щоб послідовність кругів апроксимувала прямокутник мікроелемента, потрібно виписати додаткові умови. Ми також вводимо мінімальний зазор між мікроелементами.

Пропонується розв'язувати задачу розміщення компонентів на друкованій платі в два етапи. На першому етапі розв'язується задача визначення мінімального периметра прямокутної плати на якій будуть розміщені всі мікроелементи, що задовольняють переліченим обмеженням задачі. На другому етапі мінімізується сумарна довжина провідників між мікроелементами при знайдених розмірах плати і таких же обмеженнях.

Таким чином, отримуємо квадратичні мультимодальні оптимізаційні моделі для знаходження мінімального розміру плати і мінімальної сумарної довжини провідників. Як показали експерименти, перша задача знаходження плати мінімального периметру, значно простіша. Для проведення експериментів ми використовували надбудову OpenSolver для Excel. Якщо початкова точка (координати центрів компонентів) задовольняє всім обмеженням задачі, то програма OpenSolver знаходить мінімальний периметр плати. Мінімізація сумарної довжини провідників є досить складною задачею і існуючі програми будуть залишатися в точці локального мінімуму розміщення компонентів, що отримані при розв'язуванні першої задачі. Тому необхідні нові ідеї для розробки ефективних методів розв'язування мультимодальних задач. Такою ідеєю є пошук такого перетворення мультимодальних задач, яке спростить її розв'язування.

Часто цільова функція задачі мінімізації замінюється новою змінною при додатковому обмеженні, що вона не більше цієї змінної. Ми пропонуємо замінити таку змінну квадратом норми вектору в $(n + 1)$ -вимірному просторі. Це еквівалентне перетворення упорядковує локальні мінімуми задачі в $(n + 1)$ -вимірному просторі так, що точка глобального мінімуму буде знаходитись найближче до початку координат. Крім того, таке еквівалентне перетворення дозволяє використати квадратичну регуляризацию для еквівалентного перетворення мультимодальних задач до мінімізації квадрата норми вектору на опуклій множині та сфері. Ми називаємо таку регуляризацию точною, тому що отримуємо еквівалентне перетворення. Перетворена задача теж мультимодальна та досить складна, що обумовлено неопуклим обмеженням-сферою. Наступне перетворення замінює отриману задачу на максимізацію квадрата норми вектору на опуклій множині, а сфера замінюється опуклим обмеженням-кулею. Далі радіус кулі поступово збільшується до тих пір, доти розв'язок останньої задачі стане граничною точкою кулі. Таким чином, мінімальний радіус кулі знаходиться за декілька ітерацій і розв'язок перетвореної задачі для мінімального радіуса кулі співпадає з оптимальним розв'язком початкової мультимодальної задачі [1]. Розглянуту технологію перетворення та розв'язування мультимодальної задачі ми називаємо методом точної квадратичної регуляризаций. Найбільш складною задачею даного метода є знаходження максимуму квадрата норми вектору на опуклій множині. Але часто така перетворена задача стає унімодальною. Крім того, розв'язок перетвореної задачі, що знаходиться найближче до початку координат, є точкою притягіння для перетвореної задачі. Тільки даний метод дозволяє проходити точки локальних мінімумів, що уже підтверджено сотнями обчислювальних експериментів. Для численної реалізації методу достатньо мати програму пошуку локального мінімуму задачі оптимізації.

На сьогодні програмне забезпечення задач оптимізації включає надбудови Excel Solver (Пошук рішень), OpenSolver та інші; програмні пакети математики такі, як Matlab, Maple, відповідні модулі Python, а також окремі програмні пакети, зокрема і для розв'язування задач глобальної оптимізації (найбільш відомі пакети ANTIGONE, BARON, COUENNE, CPLEX, GUROBI, LINDO, SCIP та інші, більшість з яких є комерційними). Для всіх цих пакетів актуальною проблемою є введення початкових даних. Для надбудов Excel достатньо ввести формули цільових функцій та обмежень. Це досить легко робити шляхом копіювання формул, або написання простого коду на VBA Excel для введення формул. Для математичних пакетів необхідно писати відповідні програми, що є досить трудомісткою задачею, враховуючи те, що мультимодальні задачі можуть містити сотні і тисячі обмежень. Для спеціалізованих пакетів створені відповідні мови для введення початкових даних, що також є складною задачею. В надбудовах Excel, крім програм локальної оптимізації, реалізовані також методи глобальної оптимізації, які реалізують алгоритми еволюційного пошуку. Таким чином, кращою альтернативою вибору програмного забезпечення задач оптимізації є надбудови Excel. Надбудова OpenSolver дозволяє розв'язувати оптимізаційні задачі з тисячами змінних.

Розглянемо тепер програмну реалізацію оптимального проектування друкованих плат. Початкові дані вносяться на лист Excel, а для введення формул написана програма на VBA Excel. Початкові дані координат компонентів обираються таким, щоб вони задовольняли всім обмеженням задачі (це зробити досить просто). Далі заповнюється діалогове вікно Пошуку рішень, викликається надбудова OpenSolver і знаходиться розв'язок задачі (знаходиться мінімальний периметр прямокутника плати і координати компонентів). Далі переходимо до розв'язування наступної задачі знаходження мінімальної сумарної довжини з'єднань. Для цього необхідно ввести додаткові формули, пов'язані з квадратичною регуляризациєю, ввести відповідні зміни у діалогове вікно Пошуку рішень. Значення радіусу кулі перетвореної задачі будемо поступово збільшувати інтерактивно та для кожного такого значення радіусу викликати надбудову OpenSolver і розв'язувати задачу. Ця процедура повторюється декілька разів, доти розв'язок задачі стане граничною точкою кулі. На перших ітераціях цієї процедури обмеження початкової задачі не будуть виконуватися. Рекомендується оновлювати початкову точку задачі розв'язком першої задачі доти значення цільової функції початкової задачі не стане позитивним. Відмітимо, що OpenSolver розв'язує задачу з сотнями обмежень за доли секунд. Кількість приведених ітерацій (розв'язків перетвореної задачі) в межах 20-30. Розрахуємо розмірність нашої задачі, наприклад, для 100 компонентів. Кількість змінних буде 200 (координати компонентів) плюс одна змінна для перетвореної задачі. Кількість квадратичних обмежень дорівнює 19900, плюс простих лінійних обмежень 200 та ще одне обмеження перетвореної задачі. Така задача може бути розв'язана надбудовою OpenSolver. Для тисяч компонентів кількість квадратичних обмежень буде досить значною і потрібно використовувати схеми декомпозиції або визначати комірки плати з мікроелементами. Якщо обмежитись положеннями компонентів, які знайдені під час розв'язування першої задачі, тоді друга задача зведеться до квадратичної задачі про призначення з булевими змінними. Така задача також ефективно розв'язується методом точної квадратичної регуляризації. Проведені обчислювальні експерименти з десятками компонентів показали що метод точної квадратичної регуляризації майже в 10 раз покращує значення цільової функції (сумарна довжина провідників) порівняно з розв'язком першої задачі. Крім того, оптимальний розв'язок не містив перетин провідників.

Бібліографія

1. Grus J., Hanzálek Z. Automated placement of analog integrated circuits using priority-based constructive heuristic // Computers & Operations Research. 2024. Vol. 167. P. 106–143.
2. Kosolap A. A new method for global optimization // ESAIM: PROCEEDINGS AND SURVEYS. 2021. Vol. 71. P. 121–130.